

Università degli Studi di Udine

**MASTER IDIFO**

Master universitario di II livello in  
Innovazione Didattica in Fisica e Orientamento

## **Mini sperimentazione didattica MODULO A**

# **Introduzione alla meccanica quantistica attraverso l'analisi della sovrapposizione in un sistema a due stati percorso di Patrizia Colella**

La mini sperimentazione introduce i fondamenti della MQ a partire dallo studio della polarizzazione della luce come esempio di proprietà quantistica sulla quale costruire il significato di sovrapposizione

**PRESENTAZIONE  
COMPLETA**

**del percorso didattico**

**La massima che accompagnerà il percorso**

***“La matematica della meccanica quantistica è chiara, ma mettere in connessione questa matematica con una immagine intuitiva del mondo fisico è molto difficile”***

***Claude N. Cohen – Tannoudji***

# **Finalità del progetto didattico**

## **Obiettivi disciplinari e metodologici**

- **Far esplorare direttamente contesti ed ipotesi interpretative per giungere alla costruzione di concetti organizzatori della fenomenologia.**
- **Introdurre gli strumenti matematico-formali su cui è basato il principio di sovrapposizione (vettori di spazi astratti ed operazioni con essi) al fine di fornirne una interpretazione e al contempo mostrare come in meccanica quantistica sia possibile ricavare informazioni e supporto concettuale dal formalismo stesso.**
- **Favorire il cambiamento concettuale nonché lo sviluppo e il radicamento del "pensiero quantistico".**
- **Aprire in direzione di idee teoriche di fondo della MQ (indeterminismo quantico, principio di indeterminazione, ) e di una migliore comprensione della natura quantistica della luce.**

## SEQUENZA DELLE ATTIVITÀ

1. Fenomenologia della interazione luce –materia	4 ore
2. Fenomenologia dei filtri polarizzatori	2-3 ore
3. L'indeterminismo quantistico ed il concetto di stato	2 ore
4. Il principio di sovrapposizione	2 ore
5. Stati quantici e vettori	2 ore
6. Verifica finale	2 ore



# Lezione 1

**I quanti di luce – i fotoni  
descrivono l'interazione  
LUCE – MATERIA**

***"...succede a chi opera in questo  
campo di giudicare i frutti della  
propria immaginazione a tal punto  
necessari e naturali da considerarli  
realtà concrete anziché invenzioni  
del pensiero"***

***Albert Einstein – Il metodo della fisica teorica***

# Introduzione

## La meccanica quantistica

***I suoi oggetti?*** sono i mattoni fondamentali della materia e cioè atomi, molecole, ma anche neutroni, protoni, elettroni e quark e fotoni

***Le sue leggi?*** nella scala ridotta di questi oggetti le familiari regole fisiche che regolano il comportamento macroscopico della luce e della materia vengono meno ed è necessario inventare ed applicare nuove regole...

***Cambiano tutte le regole?*** alcune continuano ad accompagnarci, tutti i principi di conservazione e trasformazine dell'energia, della massa, della quantità di moto e del momento angolare, nella loro forma relativistica

# **SCHEDA DI LAVORO 0**

## **proviamo a rispondere – lavoro in classe**

**Cosa sappiamo, perché già studiato a scuola, sulla natura della luce**

**Cosa sappiamo, da altre fonti sulla natura della luce.**

**Cosa sappiamo, perché già studiato a scuola, sulla natura della materia**

**Cosa sappiamo, da altre fonti sulla natura della materia.**



# Documenti di riferimento – lezione 1

## Lezione 1a:

### Testi tratti da

- a) [http://www.fis.unical.it/pls\\_fisica/lo/fotoelettrico/fotoelettrico/photoFrameSet.html](http://www.fis.unical.it/pls_fisica/lo/fotoelettrico/fotoelettrico/photoFrameSet.html)
- b) **INTRODUZIONE ALL'IDEA DI QUANTO (I parte) -Marco Giliberti in MASTER IDIFO**

### *Applet – effetto fotoelettrico*

<http://lectureonline.cl.msu.edu/~mmp/kap28/PhotoEffect/photo.htm>

<http://www.iafe.es/xec/phot2.html>

## Lezione 1b:

### Testi tratti da:

- a) **Ottica dei pennelli elettronici e INTRODUZIONE ALL'IDEA DI QUANTO (II parte) Marco Giliberti in MASTER IDIFO**

### *Applet – diffrazione da doppia e singola fenditura*

<http://phys.educ.ksu.edu/vqm/html/singleslit.html>

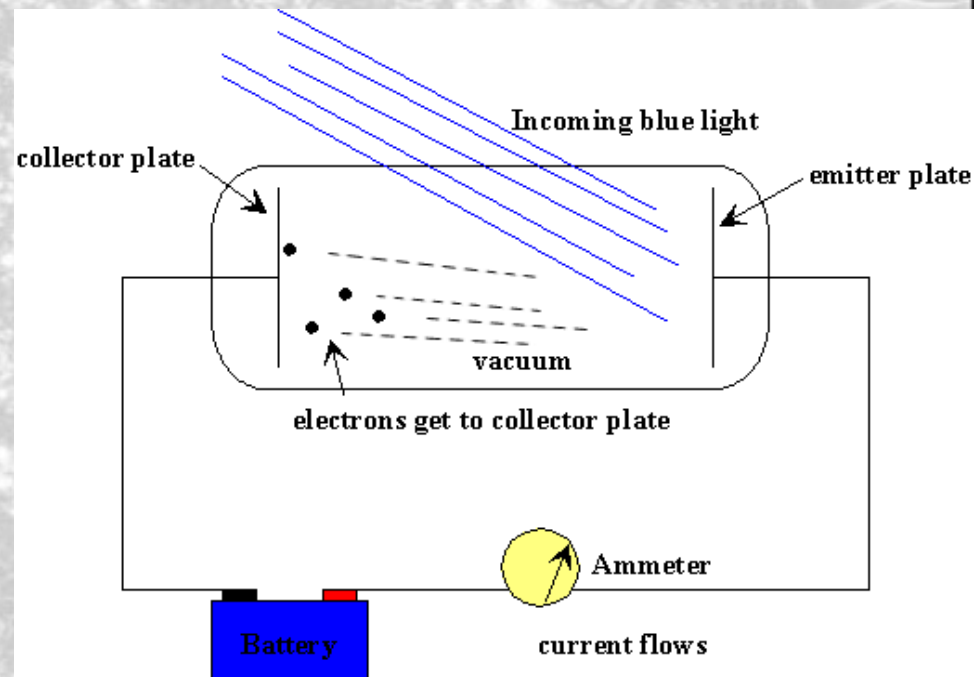
<http://phys.educ.ksu.edu/vqm/html/doubleslit/index.html>



# 1a

## L'effetto fotoelettrico (2 ore) LA STORIA

**Nel 1899, Thomson capì che se racchiudeva una superficie metallica in un tubo a vuoto e la esponeva alla luce ultravioletta alcuni elettroni venivano estratti dalla superficie colpita dalla luce esattamente come accadeva se all'interno del tubo veniva creato un forte campo elettrico. A questo punto cominciarono una serie di esperimenti quantitativi su questo effetto definito fotoelettrico che portarono notevoli sorprese.**



1a

**Gli scienziati dell'epoca si chiesero come sarebbero variati il numero e la velocità degli elettroni in funzione dell'intensità e del colore della luce incidente. Ci si aspettava che un fascio di luce più intenso avrebbe "scrollato" più violentemente gli elettroni del metallo estraendone in media di più e più veloci. Aumentare la frequenza della radiazione elettromagnetica (e quindi variare il colore della luce) avrebbe fatto oscillare gli elettroni più velocemente facendoli uscire prima dalla superficie del metallo. Con una luce molto fioca gli elettroni avrebbero impiegato molto tempo per raggiungere un'ampiezza di vibrazione tale da poter uscire dalla superficie del metallo.**

1a

**Agli studenti si richiede di procedere in autonomia con la attività riportata nel file compito\_fotoelettrico al fine di focalizzare e sistematizzare i risultati di Lenard**  
**Discussione in gruppo dei risultati**



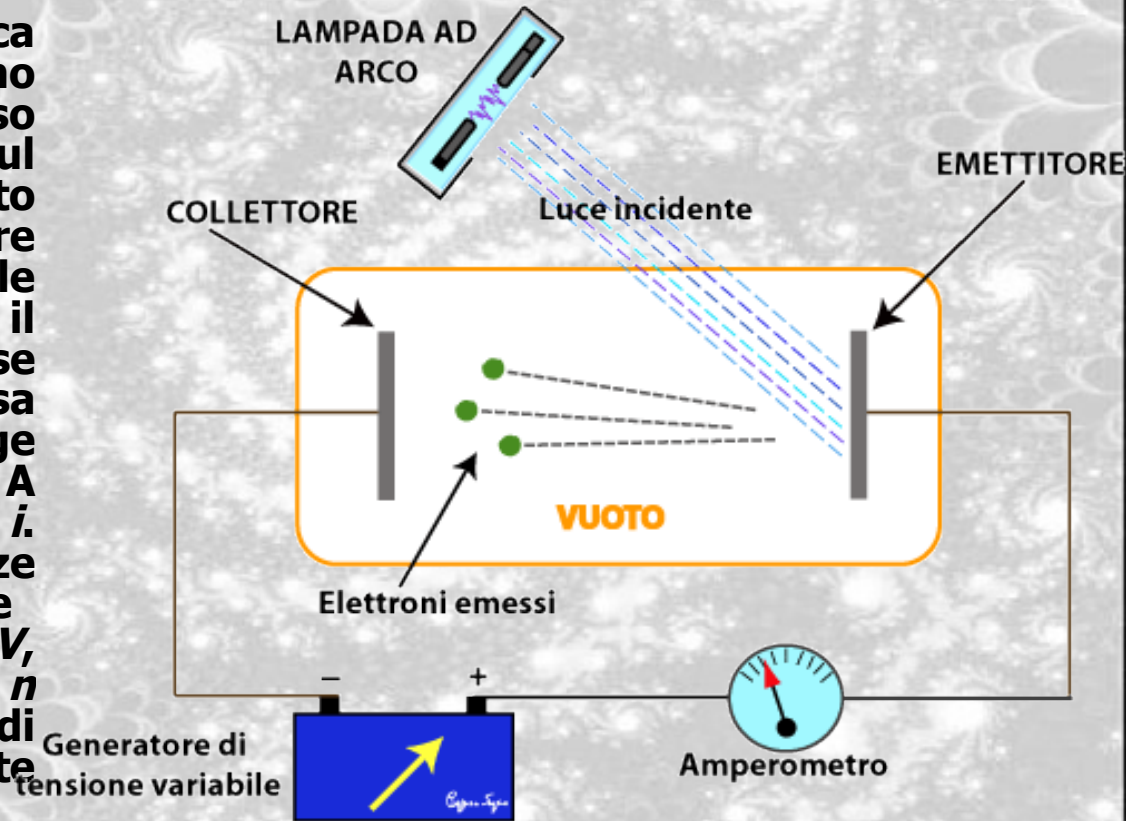
**Nel 1902, Lenard studio` come l'energia dei fotoelettroni emessi nel tubo catodico variasse con l'intensita` della luce. Aveva a disposizione una sorgente luminosa di cui poteva aumentare l'intensita` fino a 1000 volte. Gli elettroni emessi venivano raccolti da uno strumento che poteva misurare la loro energia in funzione di una certa intensita` luminosa. Lenard scopri` che l'energia degli elettroni non dipendeva dall'intensita` della luce, contrariamente a quanto si sarebbe immaginato all'epoca. Da essa dipendeva pero` il numero di elettroni emessi.**

**Lenard fece un altro tentativo. Separo` le varie componenti di frequenza diversa e provo` a ripetere l'esperimento usando volta per volta luce di colore diverso. Scopri` che l'energia massima che potevano avere gli elettroni dipendeva dal colore: a lunghezze d'onda minori, cioe` frequenze maggiori, corrispondevano elettroni emessi con maggiore energia.**

1a

# Schema dell'apparato sperimentale di Lenard.

Della luce monocromatica entra nell'ampolla di vetro, all'interno della quale è fatto il vuoto, attraverso una finestra di quarzo e incide sul fotocatodo (emettitore). Un circuito potenziometrico permette di stabilire una differenza di potenziale variabile  $DV$  (misurata dal voltmetro  $V$ ) tra il fotocatodo e la placca (collettore); se della sostanza elettronica, emessa per effetto fotoelettrico, raggiunge quest'ultima, il microamperometro  $A$  segna il passaggio di una corrente  $i$ . Lenard fece varie esperienze misurando la corrente  $i$  al variare della differenza di potenziale  $DV$ , dell'intensità  $i$  e della frequenza  $n$  della luce incidente, mantenendo di volta in volta fisse due di queste grandezze e variando la terza.





## I risultati di Lenard in sintesi

- 1) Per ogni metallo esiste una frequenza caratteristica  $f_0$ , detta frequenza di soglia, tale che, se la radiazione incidente ha frequenza  $f < f_0$ , qualunque sia l'intensità luminosa  $I$ , l'emissione fotoelettrica non avviene.
  - Esiste una differenza di potenziale frenante  $V_a$  negativa, detta potenziale di arresto, tale che per differenze di potenziale  $DV < V_a$  (quindi in modulo  $|DV| > |V_a|$ ) non si misura alcuna corrente nell'amperometro mentre, per differenze di potenziale  $DV > V_a$ , si misura una corrente di placca, che aumenta fino a raggiungere un valore costante che risulta indipendente da  $DV$ .
- 3) L'intensità di corrente  $i$  è proporzionale all'intensità luminosa  $I$ .
- 4) L'emissione fotoelettrica è praticamente immediata, qualunque sia l'intensità della luce incidente; (il tempo di emissione è di circa  $10^{-9}$  s anche per  $I$  molto basse).



# 1a

## **Dal punto di vista dell'elettromagnetismo classico, i risultati trovati da Lenard erano sconcertanti.**

Se nel circuito si stabilisce una corrente, possiamo ipotizzare che il catodo illuminato emetta elettroni, in maniera simile a quello che avviene nel ben noto effetto termoionico.

L'energia necessaria ad abbandonare il catodo deve evidentemente essere fornita agli elettroni dalla radiazione incidente. Ma secondo l'elettromagnetismo classico l'energia della radiazione non dipende dalla lunghezza d'onda. Per la precisione, la densità di energia elettromagnetica in una zona dello spazio in cui è presente un campo elettrico sinusoidale è direttamente proporzionale al quadrato del valore massimo del campo. In questa relazione non compaiono né la frequenza né la lunghezza d'onda dell'onda elettromagnetica in questione.

In altri termini, con una sorgente di radiazione abbastanza intensa e quindi in grado di generare un campo elettrico con un valore massimo sufficientemente intenso, si dovrebbe osservare un passaggio di corrente per qualunque valore della lunghezza d'onda. L'esistenza di un effetto di soglia resta classicamente inspiegabile.

1a

## Il contributo dei coniugi Einstein

Nel 1905 il giovane fisico Albert Einstein marito di Mileva Maric, sua compagna di studi all'università e allieva di Lenard, diede un'interpretazione molto semplice dei risultati di Lenard.

Egli assunse che l'effetto fotoelettrico potesse essere spiegato dal fatto che, nell'interazione tra la luce incidente e la materia, alcuni quanti di luce (l'analogo per la luce di quello che sono atomi e gli elettroni per la materia) interagiscono con alcuni quanti materiali.

*"Se ci si rifà all'idea che la luce scambi quanti di energia di intensità  $hf$  con quanti della materia elettronica, è possibile spiegare l'emissione fotoelettrica nel seguente modo. I quanti di energia (chiamiamoli fotoni) vengono ceduti ai quanti della materia elettronica (i già conosciuti "elettroni" della chimica). L'energia di un elettrone sarà, quindi la somma dell'energia di legame  $-W_0$ , che lo confina nel metallo e dell'energia fornitagli da un fotone.*

*L'energia cinetica massima di ciascuno dei quanti della materia elettronica che fuoriescono dal metallo sarà quindi:*

$$E = hf - W_0$$



# 1a Utilizzando tale modello, si possono allora spiegare le leggi fenomenologiche ottenute da Lenard.

- 1) L'esistenza della soglia fotoelettrica si spiega pensando che se un fotone ha frequenza  $f$  tale che la sua energia

$$E = hf < W_0$$

allora esso non ha abbastanza energia per estrarre un elettrone; quindi soltanto per frequenze maggiori di una certa frequenza  $f_0$  (frequenza di soglia) possiamo avere l'emissione.

- 2) Se ogni fotone cede tutta la sua energia ad un solo elettrone, allora l'energia cinetica massima degli elettroni emessi non può dipendere dall'intensità luminosa ma solo dall'energia del fotone; inoltre, all'aumentare della differenza di potenziale  $DV$  (positiva), aumenta la quantità di sostanza elettronica che, pur emessa in varie direzioni, raggiunge l'anodo, fino a quando vi arriva tutta. Osserviamo ancora che si hanno potenziali d'arresto  $V_a$  che diventano sempre più negativi all'aumentare della frequenza della luce incidente.
- 3) L'intensità di corrente è proporzionale alla quantità di carica della materia elettronica che arriva sulla placca nell'unità di tempo, questa è proporzionale al numero di elettroni che hanno interagito scambiando sufficiente energia con i fotoni che interagiscono sulla piastra; numero che, a sua volta, è proporzionale all'intensità luminosa. Questo spiega perché l'intensità di corrente è proporzionale all'intensità luminosa.
- 4) Essendo l'emissione dovuta all'assorbimento di un singolo fotone essa è praticamente istantanea.



## I fasci di materia – pennelli di materia (2 ore)

Un fascio di materia può essere prodotto in un grande numero di modi e con varie apparecchiature: a partire da strumenti più domestici come quello di un tubo a raggi catodici, fino ad apparecchiature molto più complesse e poco "accessibili", come quelle di un reattore nucleare, dal quale si possono ottenere fasci neutronici.

Un pennello elettronico per esempio viene prodotto da un cosiddetto cannone elettronico: In un'ampolla in cui è praticato il vuoto viene riscaldato un filamento metallico (che funziona da catodo). Ad una certa distanza dal catodo si ha un anodo che, essendo forato, funziona anche da collimatore del pennello che viene generato. Tra catodo e anodo viene stabilita una opportuna differenza di potenziale che serve ad accelerare il fascio prodotto.

Il fascio in uscita dal cannone elettronico si può considerare monoenergetico (l'analogo di un fascio monocromatico elettromagnetico), nel senso che ogni porzione di uguale massa del fascio avrà all'incirca la stessa energia. Per come viene costruito il "cannone", inoltre, il fascio di elettroni è anche abbastanza collimato. Ora è evidente che esperimenti che impieghino un fascio di elettroni devono essere effettuati sempre nel vuoto, nell'interazione con la materia il fascio sarebbe assorbito, ma è possibile costruire dispositivi simili a quelli della fenomenologia della interferenza/diffrazione utilizzando come "fenditure" opportuni campi elettromagnetici che possano schermare/far passare e/o deflettere il pennello elettronico. Noi non entreremo nei dettagli ma è importante che sia chiaro che nelle simulazioni al computer che userete di seguito quando si parla di sorgenti di pennelli di materia essi non interagiscono fisicamente con fenditure o schermi classici ma con appropriati dispositivi ad hoc.

# 1b

## **Interferenza da doppia fenditura** **Agli studenti si chiede di lavorare sul** **Compito\_interferenza**

**La ripetizione del singolo atto sperimentale, accensione dell'apparato e successiva rivelazione di un quanto sullo schermo, una volta ripetuta pur nelle identiche condizioni non fornisce lo stesso risultato; cioè il quanto non viene rivelato nella stessa posizione nel quale era stato rivelato il quanto precedente e, neppure, si può prevedere con esattezza dove verrà rivelato di volta in volta. E' solo dopo un numero molto grande di ripetizioni che notiamo una distribuzione statistica delle rivelazioni che tende a stabilizzarsi (che cioè è riproducibile) e che è quella su cui possiamo costruire una teoria. L'arrivo di un singolo quanto non può mettere in evidenza le frange di diffrazione e, pertanto, non mostra gli aspetti ondulatori sopra citati, che nella descrizione probabilistica data dalla fisica quantistica sono legati alla natura statistica della descrizione.**

**Notiamo così uno dei primi aspetti importanti della teoria quantistica della materia e della radiazione: il suo carattere statistico. Nella ripetizione di un singolo atto sperimentale non saremo, in generale, in grado di predire dove verrà rivelato un quanto ma, ripetendo un numero sufficientemente grande di volte l'atto sperimentale, otterremo una distribuzione degli arrivi ripetibile e prevedibile: una regolarità statistica. Sarà proprio su questa distribuzione statistica che la teoria saprà fare previsioni.**



1b

## Paradosso della doppia fenditura

**Torniamo al pennello elettronico.**

**Che cosa si è tentati di pensare?**

**Che quando un puntino sullo schermo segnala un elettrone allora un elettrone è precedentemente uscito dal cannone elettronico, ha viaggiato nello spazio circostante, è passato da una delle due fenditure, ed è arrivato sullo schermo.**

**Bene Questa interpretazione non è così naturale come sembra.**

**Infatti se rifacciamo l'esperimento chiudendo una delle fenditure ( <http://phys.educ.ksu.edu/vqm/html/singleslit.html>**

**con  $E=250$  eV e  $S$  max) e ci poniamo in condizioni di minime effetti di diffrazione troviamo che gli elettroni vengono rivelati sullo schermo in punti tutti vicini tra loro e che sono fondamentalmente di fronte alla fenditura (a parte alcuni effetti di "diffrazione").**

*L'esperimento è stato effettivamente realizzato da P.G. Merli e G. Pozzi nel 1974 e successivamente da A. Tonomura nel 1989 in apparati nei quali era presente un solo elettrone alla volta.*



# 1b

*La figura di interferenza viene quindi generata da un singolo elettrone che interferisce con se stesso.*

Allora, se gli elettroni passassero da una fenditura oppure dall'altra, l'effetto ottenuto avendo prima chiusa una fenditura e poi chiusa l'altra e poi sommando i risultati ottenuti, sarebbe uguale a quello ottenuto con entrambe le fenditure aperte; pur di essere stati accorti ad utilizzare in ciascun esperimento un fascio avente la stessa intensità; di far durare l'esperimento per lo stesso intervallo di tempo, per ognuno dei due casi, con le due fenditure aperte a turno, e per il caso con le due fenditure aperte entrambe contemporaneamente; e pur di esser stati così accorti da mandare un solo elettrone per volta nell'apparato, così da non avere effetti dovuti all'eventuale, possibile, interazione degli elettroni fra loro. Gli effetti, però, sono differenti: l'esperimento effettuato con entrambe le fenditure aperte contemporaneamente fornisce risultati diversi da quelli ottenuti sommando i risultati con le fenditure aperte una alla volta. Infatti, nel primo caso si ha la comparsa delle frange di interferenza e nel secondo no. In un certo senso ancora più strano è il fatto che quando sono aperte entrambe le fenditure ci siano dei punti in cui non arrivano elettroni (ci riferiamo ai minimi della figura di interferenza); punti che invece sono raggiunti dagli elettroni quando le fenditure sono aperte a turno; è come se le due possibilità offerte agli elettroni, di passare dalla fenditura "1" o dalla "2" dessero luogo ad una impossibilità!

# 1b

**La conclusione di questo discorso è che è difficile pensare che gli elettroni passino per una o l'altra delle due fenditure. D'altra parte gli elettroni non passano nemmeno per entrambe le fenditure contemporaneamente, tanto è vero che se mettessimo due rivelatori, ognuno immediatamente dopo ciascuna delle fenditure, vedremmo che sempre uno soltanto dei due rivelatori darebbe un segnale. Non succede mai che l'elettrone si divida a metà. Quindi l'elettrone non è passato dalla fenditura "1", non è passato dalla fenditura "2", non è neppure passato fuori dalle fenditure, perché mettendo dei rivelatori attorno all'apparato vediamo che non danno mai un segnale, e non è passato da entrambe. Non è passato da entrambe perché non scattano mai i rivelatori contemporaneamente. Non è passato fuori perché mai nessuno dei rivelatori messi fuori è scattato, e non è passato dalla fenditura "1" o dalla "2" perché altrimenti la figura che otterremmo quando è aperta solo una delle fenditure, sommata a quella che avremmo se fosse aperta solo l'altra sarebbe uguale alla figura che otterremmo quando sono aperte tutte e due.**

**Quindi, se vogliamo proprio pensare che l'oggetto "elettrone" esca dalla sorgente e arrivi al rivelatore, sappiamo anche, però, che questo oggetto non passa dalla fenditura "1", non passa dalla "2", non passa fuori e non passa da tutte e due! E' questo un oggetto dotato di una cinematica "sensata"? Non ci sembra poi tanto...**

1b

**L'idea fondamentale che vorrei che passasse, e che può scaturire da quanto detto, è che i quanti, che siano fotoni o elettroni, non sono entità fisiche dotate una propria cinematica ma hanno a che fare con la dinamica del sistema, cioè con le dinamiche di interazione radiazione-materia**



# Lezione 2a

## La fenomenologia dei filtri polarizzatori (2 ore)

Si presenta la fenomenologia dei filtri polarizzatori osservabile con l'utilizzo di una lavagna luminosa e di filtri polarizzati  
Utilizzando come guida la scheda

[scheda\\_f1\\_pollav1.doc](#) – Proposta di Udine -master IDIFO

- 1) Lezione partecipata [Scheda\\_lezione2](#)
- 2) Lavoro autonomo [Scheda\\_apprendimento\\_lezione2](#)
- 3) Lavoro autonomo con l'ausilio della lavagna [Scheda\\_esperimento\\_lezione2](#)

# Lezione 2b

## La legge di Malus (1 ora)

**Descrizione quantitativa della fenomenologia osservata, attraverso la legge empirica di Malus. Per ottenere dati numerici sarà utilizzata la simulazione**

**<http://lectureonline.cl.msu.edu/~mmp/kap24/pola>**

**Compito autonomo o a piccoli gruppi**

**[compito\\_malus](#)**

**Discussione e sistematizzazione dei risultati**